3ème

SOUTIEN : CALCUL FRACTIONNAIRE – PGCD

EXERCICE 1 :

1. Déterminer le PGCD (42 ; 56) en listant les diviseurs de 42 et 56
2. Calculer le PGCD (117 ; 91) par l'algorithme des différences
3. Calculer le PGCD (2124 ; 2478) par l'algorithme d'Euclide.

EXERCICE 2 :

8945 et 991 sont-ils premiers entre-eux ?

EXERCICE 3 :

1. Rendre irréductible les fractions suivantes :
   $A = \frac{17094}{11550}$ et $B = \frac{2340}{17316}$
2. Effectuer alors le calcul $A \times B$.

EXERCICE 4 :

Soient $A = \frac{12}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{7}{9}$ et $B = \left(\frac{2}{3} - 3\right) : \frac{1}{9}$

1. Calculer A et écrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Calculer B et donner le résultat sous la forme d'un entier.

EXERCICE 5 :

Calculer et donner chaque résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$A = \frac{7}{4} - \frac{11}{12}$

$B = -\frac{7}{5} + \frac{5}{2} + \frac{3}{11}$

$C = \frac{5}{42} \times \frac{22}{15} \times \frac{18}{44}$

$D = \frac{\frac{16}{25}}{\frac{48}{35}}$

$E = \frac{\frac{56}{3}}{14}$

$F = \frac{5}{3} + \frac{4}{49} \times \frac{35}{12}$

3ème **CORRECTION DU SOUTIEN : CALCUL FRACTIONNAIRE – PGCD**

EXERCICE 1 :

1. $42 = 1 \times 42 = 2 \times 21 = 3 \times 14 = 6 \times 7$
   1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 7 ; 14 ; 21 ; 42 sont tous les diviseurs de 42

   $56 = 1 \times 56 = 2 \times 28 = 4 \times 14 = 7 \times 8$
   1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 8 ; 14 ; 28 ; 56 sont tous les diviseurs de 56

   Les diviseurs communs à 42 et 56 sont : 1 ; 2 ; 7 ; 14

   PGCD (42 ; 56) = 14

2. PGCD (117 ; 91) = PGCD (91 ; 117 – 91) = PGCD (91 ; 26)
   = PGCD (26 ; 91 – 26) = PGCD (26 ; 65)
   = PGCD (26 ; 65 – 26) = PGCD (26 ; 39)
   = PGCD (26 ; 39 – 26) = PGCD (26 ; 13)
   = PGCD (26 ; 26 – 26) = PGCD (26 ; 13)
   = PGCD (13 ; 26 – 13) = PGCD (13 ; 13) = **13**

3. $\begin{array}{r|l} 2478 & \underline{2124} \\ 354 & 1 \end{array}$ $\qquad$ $\begin{array}{r|l} 2124 & \underline{354} \\ 0 & 6 \end{array}$

   PGCD (2478 ; 2124) = **354**

EXERCICE 2 :

Deux nombres sont premiers entre-eux si leur PGCD est égal à 1.

Calcul du PGCD (8945 ; 991) par l'algorithme d'Euclide

$\begin{array}{r|l} 8945 & \underline{991} \\ 26 & 9 \end{array}$ $\qquad$ $\begin{array}{r|l} 991 & \underline{26} \\ 3 & 38 \end{array}$ $\qquad$ $\begin{array}{r|l} 26 & \underline{3} \\ 2 & 8 \end{array}$ $\qquad$ $\begin{array}{r|l} 3 & \underline{2} \\ 1 & 1 \end{array}$ $\qquad$ $\begin{array}{r|l} 2 & \underline{1} \\ 0 & 2 \end{array}$

PGCD (8945 ; 991) = 1 donc **8945 et 991 sont premiers entre-eux.**

EXERCICE 3 :

1. Calcul du PGCD (17094 ; 11550) par l'algorithme d'Euclide

   $\begin{array}{r|l} 17094 & \underline{11550} \\ 5544 & 1 \end{array}$ $\qquad$ $\begin{array}{r|l} 11550 & \underline{5544} \\ 462 & 2 \end{array}$ $\qquad$ $\begin{array}{r|l} 5544 & \underline{462} \\ 0 & 12 \end{array}$

   PGCD (17094 ; 11550) = **462**

   $$A = \frac{17094}{11550} = \frac{462 \times 37}{462 \times 25} = \mathbf{\frac{37}{25}}$$

   Calcul du PGCD (2340 ; 17316) par l'algorithme d'Euclide

   $\begin{array}{r|l} 17316 & \underline{2340} \\ 936 & 7 \end{array}$ $\qquad$ $\begin{array}{r|l} 2340 & \underline{936} \\ 468 & 2 \end{array}$ $\qquad$ $\begin{array}{r|l} 936 & \underline{468} \\ 0 & 2 \end{array}$

   PGCD (2340 ; 17316) = **468**

$$B = \frac{2340}{17316} = \frac{468 \times 5}{468 \times 37} = \mathbf{\frac{5}{37}}$$

2. $$A \times B = \frac{37}{25} \times \frac{5}{37} = \frac{37 \times 5}{5 \times 5 \times 37} = \mathbf{\frac{1}{5}}$$

EXERCICE 4 :

1. $$A = \frac{12}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{7}{9} = \frac{12}{5} - \frac{3 \times 7}{5 \times 3 \times 3} = \frac{12}{5} - \frac{7}{15} = \frac{36}{15} - \frac{7}{15} = \mathbf{\frac{29}{15}}$$

2. $$B = \left(\frac{2}{3} - 3\right) : \frac{1}{9} = \left(\frac{2}{3} - \frac{9}{3}\right) : \frac{1}{9} = -\frac{7}{3} : \frac{1}{9} = -\frac{7}{3} \times 9 = -\frac{7 \times 3 \times 3}{3} = \mathbf{-21}$$

EXERCICE 5 :

$$A = \frac{7}{4} - \frac{11}{12} = \frac{21}{12} - \frac{11}{12} = \frac{10}{12} = \mathbf{\frac{5}{6}}$$

$$B = -\frac{7}{5} + \frac{5}{2} + \frac{3}{11} = -\frac{154}{110} + \frac{275}{110} + \frac{30}{110} = \frac{-154 + 275 + 30}{110} = \mathbf{\frac{151}{110}}$$

$$C = \frac{5}{42} \times \frac{22}{15} \times \frac{18}{44} = \frac{5 \times 2 \times 11 \times 6 \times 3}{6 \times 7 \times 3 \times 5 \times 2 \times 2 \times 11} = \mathbf{\frac{1}{14}}$$

$$D = \frac{\frac{16}{25}}{\frac{48}{35}} = \frac{16}{25} \times \frac{35}{48} = \frac{8 \times 2 \times 5 \times 7}{5 \times 5 \times 8 \times 2 \times 3} = \mathbf{\frac{7}{15}}$$

$$E = \frac{\frac{56}{3}}{14} = \frac{56}{3} \times \frac{1}{14} = \frac{7 \times 2 \times 4}{3 \times 2 \times 7} = \mathbf{\frac{4}{3}}$$

$$F = \frac{5}{3} + \frac{4}{49} \times \frac{35}{12} = \frac{5}{3} + \frac{4 \times 7 \times 5}{7 \times 7 \times 4 \times 3} = \frac{5}{3} + \frac{5}{21} = \frac{35}{21} + \frac{5}{21} = \mathbf{\frac{40}{21}}$$