$3^{ème}$ **SOUTIEN : SYSTEMES –AIRES – VOLUMES**

EXERCICE 1 :

1. Résoudre par combinaison, les systèmes d'équations :

a. $\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 2x - 3y = 9 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 4x - 6y = -10 \\ -5x + 6y = 8 \end{cases}$

2. Résoudre par substitution, les systèmes d'équations :

a. $\begin{cases} 3x + 2y = -8 \\ x - 4y = 44 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 2x - y = -20 \\ -3x + 5y = 12 \end{cases}$

EXERCICE 2 :

Un troupeau de chameaux et de dromadaires vient se désaltérer dans une oasis.
On compte 12 têtes et 17 bosses.
Combien ce troupeau compte-t-il de chameaux ? de dromadaires ?

EXERCICE 3 :

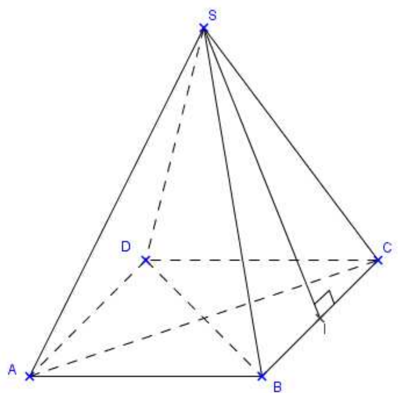
a et b sont deux nombres.
On considère la fonction affine f : $x \longmapsto ax + b$ telle que : $f(2) = 3$ et $f(-3) = -7$

1. Ecrire un système de deux équations que doivent vérifier les nombres a et b.
2. Résoudre ce système.
3. En déduire la fonction affine f.

EXERCICE 4 :

SABCD est une pyramide régulière.
On donne : AB = 10 cm et SB = 13 cm.

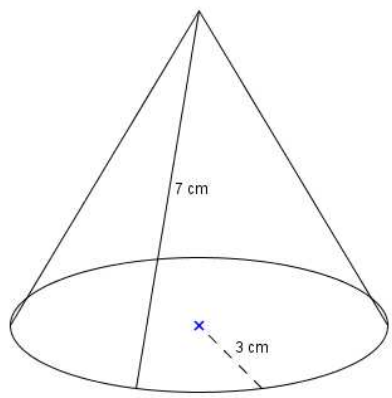
1. Calculer la longueur SI.
2. Calculer l'aire totale de cette pyramide.



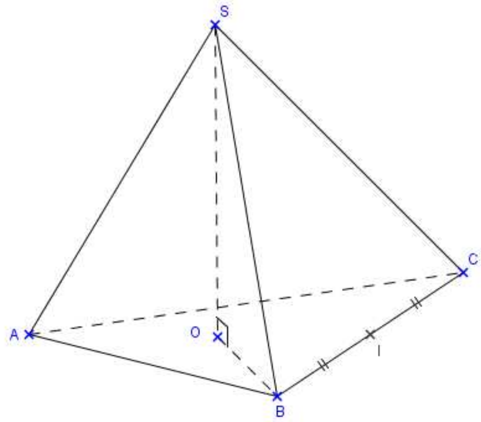
EXERCICE 5 :

L'aire latérale d'un cône de révolution est donnée par la formule $\mathcal{A} = \pi \times \mathbf{a} \times \mathbf{r}$ où a désigne la longueur d'une génératrice du cône et r le rayon de la base.

1. Calculer l'aire latérale de ce cône de révolution.
2. Calculer son aire totale.



EXERCICE 6 :



SABC est une pyramide de hauteur 5 cm et dont la base est un triangle équilatéral ABC tel que AB = 4 cm. On appelle I le milieu du segment [BC].

1. Montrer que $AI = 2\sqrt{3}$ cm.

2. En déduire le volume de la pyramide.

EXERCICE 7 :

Calculer le volume de chaque solide :

1. Un cube d'arête 5 cm ;

2. Un pavé droit de dimensions 8 m, 3m et 2,5 m ;

3. Un cylindre de révolution de hauteur 7 cm et de rayon 2 cm ;

4. Un cône de révolution de hauteur 9 cm et de rayon 5 cm.

$3^{ème}$ **CORRECTION DU SOUTIEN : SYSTEMES – AIRES – VOLUMES**

EXERCICE 1 :

1. a. $\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 2x - 3y = 9 \end{cases}$

$\begin{cases} 6x + 8y = 10 \\ -6x + 9y = -27 \end{cases}$

$\begin{cases} 17y = -17 \\ 2x - 3y = 9 \end{cases}$

$\begin{cases} y = -\dfrac{17}{17} = -1 \\ 2x - 3 \times (-1) = 9 \end{cases}$

$\begin{cases} y = -1 \\ 2x = 9 - 3 \end{cases}$

$\begin{cases} y = -1 \\ x = \dfrac{6}{2} = 3 \end{cases}$

S = {(3 ; −1)}

b. $\begin{cases} 4x - 6y = -10 \\ -5x + 6y = 8 \end{cases}$

$\begin{cases} -x = -2 \\ 4x - 6y = -10 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 2 \\ 4 \times 2 - 6y = -10 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 2 \\ -6y = -10 - 8 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 2 \\ y = \dfrac{-18}{-6} = 3 \end{cases}$

S = {(2 ; 3)}

2. a. $\begin{cases} 3x + 2y = -8 \\ x - 4y = 44 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 44 + 4y \\ 3(44 + 4y) + 2y = -8 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 44 + 4y \\ 132 + 12y + 2y = -8 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 44 + 4y \\ 14y = -8 - 132 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 44 + 4y \\ y = -\dfrac{140}{14} = -10 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 44 + 4 \times (-10) = 44 - 40 = 4 \\ y = -10 \end{cases}$

S = {(4 ; −10)}

b. $\begin{cases} 2x - y = -20 \\ -3x + 5y = 12 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 2x + 20 \\ -3x + 5(2x + 20) = 12 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 2x + 20 \\ -3x + 10x + 100 = 12 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 2x + 20 \\ 7x = 12 - 100 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 2x + 20 \\ 7x = 12 - 100 \end{cases}$

$\begin{cases} x = -\dfrac{88}{7} \\ y = 2 \times \dfrac{-88}{7} + 20 \end{cases}$

$\begin{cases} x = -\dfrac{88}{7} \\ y = -\dfrac{176}{7} + \dfrac{140}{7} = -\dfrac{36}{7} \end{cases}$

S = {($-\dfrac{88}{7}$; $-\dfrac{36}{7}$)}

EXERCICE 2 :

Soit x le nombre de chameaux et y le nombre de dromadaires.
Un chameau possède deux bosses et un dromadaire une bosse.

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 2x + y = 17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 17 - 2x \\ x + 17 - 2x = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 17 - 2x \\ -x = 12 - 17 = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = 17 - 2 \times 5 = 17 - 10 = 7 \end{cases}$$

S = {(5 ; 7)}

Il y a 5 chameaux et 7 dromadaires.

EXERCICE 3 :

1. $\begin{cases} f(2) = 3 \\ f(-3) = -7 \end{cases}$ $\begin{cases} a \times 2 + b = 3 \\ a \times (-3) + b = -7 \end{cases}$ $\begin{cases} 2a + b = 3 \\ -3a + b = -7 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2a + b = 3 \\ 3a - b = 7 \end{cases}$

$$\begin{cases} 5a = 10 \\ 2a + b = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \dfrac{10}{5} = 2 \\ 2 \times 2 + b = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 - 4 = -1 \end{cases}$$

S = {(2 ; −1)}

3. **f est définie par f(x) = 2x − 1**

EXERCICE 4 :

1. SABCD est une pyramide régulière, donc sa base est un polygone régulier(ici un carré) et ses faces latérales sont des triangles isocèles superposables.
Dans le triangle SBC, isocèle en S, la hauteur [SI] est aussi la médiatrice de [BC] donc I est le milieu de [BC].
Dans le triangle SBI, rectangle en I, on applique le théorème de Pythagore :
$SB^2 = SI^2 + IB^2$
$13^2 = SI^2 + 5^2$
$SI^2 = 169 - 25 = 144$ **SI = 12 cm**

2. $\text{Aire}_{\text{pyramide}} = \text{Aire}_{\text{carré ABCD}} + 4 \times \text{Aire}_{\text{triangle SBC}} = AB^2 + 4 \times \dfrac{SI \times BC}{2}$
$= 100 + 4 \times \dfrac{120}{2} =$ **340 cm²**

EXERCICE 5 :

1. $\mathcal{A} = \pi \times 7 \times 3 = \mathbf{21\pi\ cm^2}$

2. Aire totale = Aire $_{\text{disque}}$ + Aire $_{\text{latérale}}$ $= \pi \times 3^2 + 21\pi = \mathbf{30\pi\ cm^2}$

EXERCICE 6 :

1. ABC est un triangle équilatéral, donc la médiane [AI] est aussi la hauteur issue de A. On en déduit que AIB est un triangle rectangle en I.
   Dans ce triangle, on applique le théorème de Pythagore :
   $AB^2 = AI^2 + IB^2$
   $4^2 = AI^2 + 2^2$
   $AI^2 = 16 - 4 = 12$
   $AI = \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = \mathbf{2\sqrt{3}\ cm}$

2. $\text{Volume}_{\text{pyramide}} = \frac{1}{3} \times \text{Aire}_{\text{ABC}} \times SO = \frac{1}{3} \times \frac{BC \times AI}{2} \times SO$
   $= \frac{1}{3} \times \frac{4 \times 2\sqrt{3}}{2} \times 5 = \mathbf{\frac{20\sqrt{3}}{3}\ cm^3}$

EXERCICE 7:

1. $\text{Volume}_{\text{cube}} = c^3 = 5^3 = \mathbf{125\ cm^3}$

2. $\text{Volume}_{\text{pavé droit}} = L \times l \times h = 8 \times 3 \times 2{,}5 = \mathbf{60\ cm^3}$

3. $\text{Volume}_{\text{cylindre}} = \text{aire}_{\text{base}} \times \text{hauteur} = \pi \times 2^2 \times 7 = \mathbf{28\pi\ cm^3}$

4. $\text{Volume}_{\text{cône}} = \frac{1}{3} \times \text{aire}_{\text{base}} \times \text{hauteur} = \frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 9 = \mathbf{75\pi\ cm^3}$