$3^{ème}$ **REVISIONS BREVET**

EXERCICE 1 :

Soit $P = (x - 2)(2x + 1) - (2x + 1)^2$

1. Développer et réduire P.

2. Factoriser P.

3. Résoudre l'équation $(2x + 1)(x + 3) = 0$
4. Pour $x = -\frac{3}{7}$, écrire P sous forme fractionnaire.

EXERCICE 2 :

1. Résoudre le système suivant d'inconnues x et y :

$$\begin{cases} x + y = 35 \\ 8x + 7y = 260 \end{cases}$$

2. Si x désigne le prix d'un article, exprimer en fonction de x le prix de cet article après une baisse de 20%.

3. Pour l'achat d'un livre et d'un stylo, la dépense est de 35 €. Après une réduction de 20 % sur le prix du livre et de 30 % sur le prix du stylo, la dépense n'est que de 26 €.
   Calculer le prix du livre et le prix du stylo avant la réduction.

EXERCICE 3 :

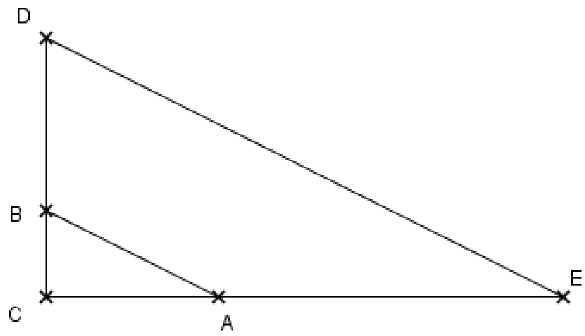
1. On donne $A = \frac{3}{7} - \frac{15}{7} : \frac{5}{24}$
   Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

2. On donne :
   $B = \sqrt{300} - 4\sqrt{27} + 6\sqrt{3}$
   $C = (5 + \sqrt{3})^2$
   $D = (\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{2} - \sqrt{5})$

   a. Ecrire B sous la forme $b\sqrt{3}$ où b est un nombre entier.
   b. Ecrire C sous la forme $e + f\sqrt{3}$ où e et f sont des nombres entiers.
   c. Montrer que D est un nombre entier.

EXERCICE 4 :

Dans le triangle CDE :
A est un point du segment [CE]
B est un point du segment [CD]
Sur le schéma ci-contre, les longueurs représentées ne sont pas exactes.



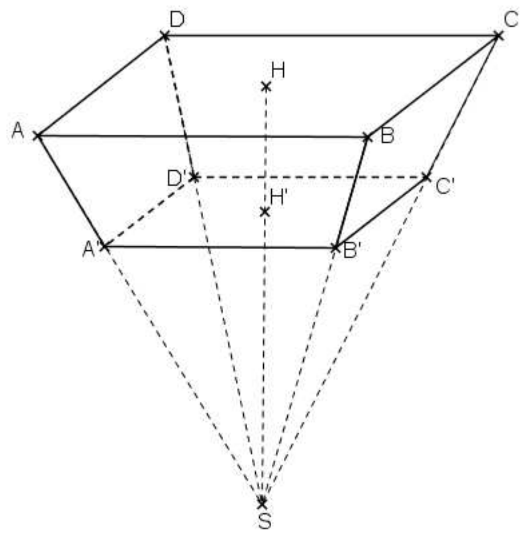
On donne :
AC = 8 cm ; CE = 20 cm ;
BC = 6 cm ; CD = 15 cm et DE = 25 cm

1. Montrer que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
2. Le triangle CDE est-il rectangle ? Justifier ;
3. Calculer AB.
4. Calculer la valeur arrondie au degré de l'angle $\widehat{CDE}$.

EXERCICE 5 :

Une boîte de chocolat a la forme d'une pyramide tronquée. (voir figure ci-dessous)

Le rectangle ABCD de centre H et le rectangle A'B'C'D' de centre H' sont dans des plans parallèles.



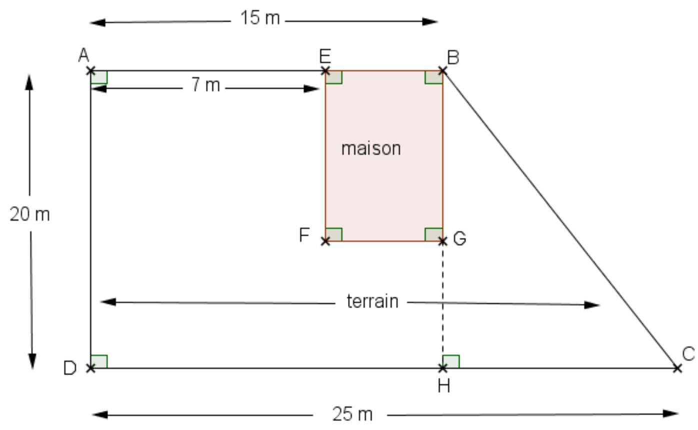
On donne :
AB = 6 cm
BC = 18 cm
HH' = 8 cm
SH = 24 cm

1. Calculer le volume V_1 de la pyramide SABCD de hauteur SH.

2. Quel est le coefficient k de la réduction qui permet de passer de la pyramide SABCD à la pyramide SA'B'C'D' de hauteur SH' ?

3. En déduire le volume V_2 de la pyramide SA'B'C'D', puis le volume V_3 de la boîte de chocolats.

PROBLEME :



La famille de Marie, élève de $3^{ème}$, possède le terrain représenté par le trapèze rectangle ABCD et veut y faire construire une maison représentée par le rectangle BEFG sur la figure ci-contre.

On sait que :
ABCD est un trapèze rectangle (le terrain)
BEFG est un rectangle (la maison)
L'unité de longueur est le mètre (m)
AB = **15** m ; AD = **20** m ; DC = **25** m ; AE = **7** m

Pour obtenir l'autorisation de construire, le règlement de la commune impose que les deux conditions suivantes soient respectées en même temps :

N°1 : L'aire de la maison doit être supérieure ou égale à **60 m²**
N°2 : L'aire de la maison doit représentée moins de **30%** de l'aire du terrain.

Partie A :

1. Montrer que l'aire totale du terrain (avec la maison) est égale à 400 m².

2. calculer l'aire maximale que peut avoir la maison pour vérifier la condition N°2.

3. Dans chacun des cas suivants, calculer l'aire $\mathscr{A}$ de la maison et dire si la condition N°1 est vérifiée.

   a. Si GH = 3,2 m   b. Si GH = 10 m   c. Si GH = 13 m

4. Pour laquelle de ces trois valeurs de GH la construction de la maison est-elle autorisée ?

Partie B :

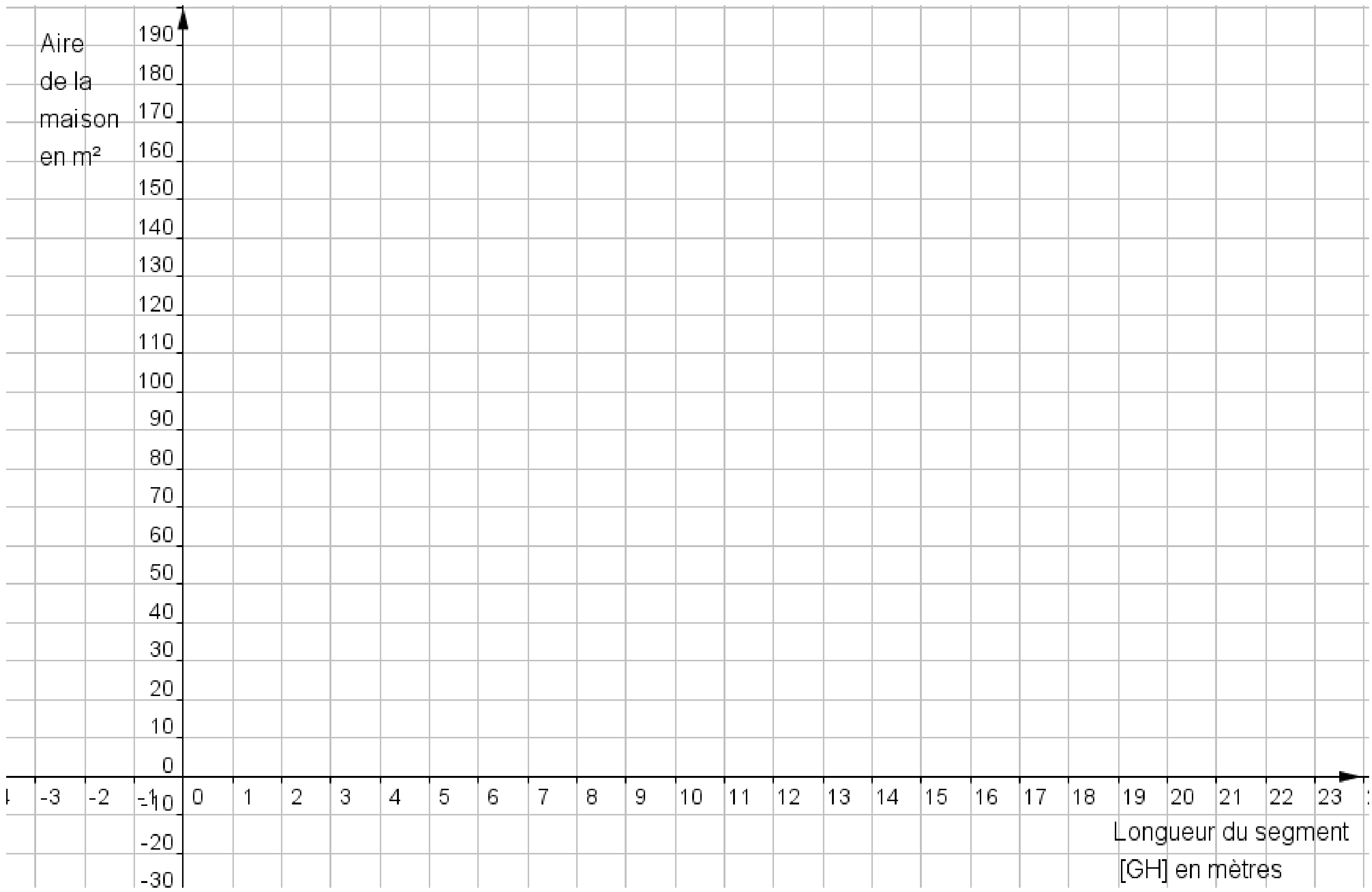
Dans cette partie, on pose GH = x, avec $0 \leq x \leq 20$
(le nombre x peut varier entre 0m et 20 m)

1. Exprimer BG en fonction de x.

2. Montrer que l'aire de la maison est égale à 160 – 8x.

3. Dans le repère donné dans la feuille suivante, représenter la fonction f définie par f(x) = 160 – 8x
   Donner toutes les explications nécessaires à la construction.

4. Pour quelles valeurs de x, l'aire de la maison est-elle égale à 100 m² ?
   Répondre par lecture graphique en laissant les traces de construction.
   Vérifier par le calcul en justifiant.


Aire
de la
maison
en m²
Longueur du segment
[GH] en mètres

$3^{ème}$ **CORRECTION REVISIONS BREVET**

EXERCICE 1 :

1. $P = (x - 2)(2x + 1) - (2x + 1)^2 = (2x^2 + x - 4x - 2) - [(2x)^2 + 2 \times 2x \times 1 + 1^2]$
$= (2x^2 - 3x - 2) - (4x^2 + 4x + 1]$
$= 2x^2 - 3x - 2 - 4x^2 - 4x - 1$
$= \mathbf{-2x^2 - 7x - 3}$

2. $P = (x - 2)(2x + 1) - (2x + 1)^2 = (x - 2)(2x + 1) - (2x + 1)(2x + 1)$
$= (2x + 1)[(x - 2) - (2x + 1)]$
$= (2x + 1)(x - 2 - 2x - 1)$
$= \mathbf{(2x + 1)(-x - 3)}$

3. $(2x + 1)(x + 3) = 0$
Si $a \times b = 0$ alors $a = 0$ ou $b = 0$
$2x + 1 = 0$ ou $x + 3 = 0$
$2x = -1$ $\quad$ $x = -3$
$x = -\frac{1}{2}$ $\qquad$ **$S = \{-0,5 ; -3\}$**

4. Si $x = -\frac{3}{7}$ alors $P = \left(2 \times \frac{-3}{7} + 1\right) \times \left(-\frac{-3}{7} - 3\right) = \left(\frac{-6}{7} + 1\right) \times \left(\frac{3}{7} - 3\right)$
$= \left(\frac{-6}{7} + \frac{7}{7}\right) \times \left(\frac{3}{7} - \frac{21}{7}\right) = \frac{1}{7} \times \frac{-18}{7} = \mathbf{-\frac{18}{49}}$

EXERCICE 2 :

1. $\begin{cases} x + y = 35 \\ 8x + 7y = 260 \end{cases}$
$\begin{cases} x = 35 - y \\ 8(35 - y) + 7y = 260 \end{cases}$
$\begin{cases} x = 35 - y \\ 280 - 8y + 7y = 260 \end{cases}$
$\begin{cases} x = 35 - y \\ -y = 260 - 280 \end{cases}$
$\begin{cases} x = 35 - y \\ -y = -20 \end{cases}$
$\begin{cases} x = 35 - y \\ y = 20 \end{cases}$
$\begin{cases} x = 35 - 20 = 15 \\ y = 20 \end{cases}$
$S = \{(15 ; 20)\}$

2. Prix de l'article après réduction de 20 % $= \left(1 - \frac{20}{100}\right) x =$ **$0,8x$**

3. Soit x le prix d'un livre et y le prix d'un stylo.
$x + y = 35$
Après réduction de 20%, le livre coûte 0,8x €
Après réduction de 30%, le stylo coûte $\left(1 - \frac{30}{100}\right) y = 0,7y$
$0,8x + 0,7y = 26$

Le couple (x ; y) est la solution du système $\begin{cases} \mathbf{x + y = 35} \\ \mathbf{0,8x + 0,7y = 26} \end{cases}$
Si on multiplie tous les termes de la $2^{ème}$ équation par 10, on obtient le système
$\begin{cases} x + y = 35 \\ 8x + 7y = 260 \end{cases}$
D'après la question 1. la solution de ce système est le couple (15 ; 20)

Conclusion : **Avant réduction, le prix du livre est de 15 € et celui du stylo est de 20 €.**

EXERCICE 3 :

1. $A = \frac{3}{7} - \frac{15}{7} : \frac{5}{24} = \frac{3}{7} - \frac{15}{7} \times \frac{24}{5} = \frac{3}{7} - \frac{3 \times 5 \times 24}{7 \times 5} = \frac{3}{7} - \frac{72}{7} = \mathbf{-\frac{69}{7}}$

2. a.

$B = \sqrt{300} - 4\sqrt{27} + 6\sqrt{3}$
$B = \sqrt{100 \times 3} - 4\sqrt{9 \times 3} + 6\sqrt{3}$
$B = \sqrt{100} \times \sqrt{3} - 4 \times \sqrt{9} \times \sqrt{3} + 6\sqrt{3}$
$B = 10\sqrt{3} - 4 \times 3 \times \sqrt{3} + 6\sqrt{3}$
$B = 10\sqrt{3} - 12\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$
$\mathbf{B = 4\sqrt{3}}$

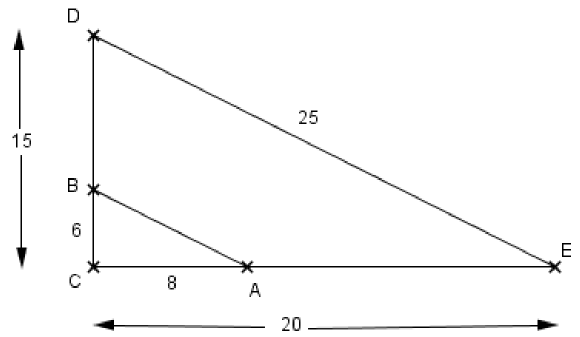
b.

$C = (5 + \sqrt{3})^2$
$C = 5^2 + 2 \times 5 \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$
$C = 25 + 10\sqrt{3} + 3$
$\mathbf{C = 28 + 10\sqrt{3}}$

c.

$D = (\sqrt{2} + \sqrt{5})\,(\sqrt{2} - \sqrt{5})$
$D = (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{5})^2$
$D = 2 - 5$
$\mathbf{D = -3}$ donc D est bien un nombre entier.

EXERCICE 4 :



1. (BD) et (AE) sont sécantes en C
Les points C, B, D sont alignés dans le même ordre que les points C, A, E.

$\frac{CB}{CD} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0,4$

$\frac{CA}{CE} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5} = 0,4$

$\frac{CB}{CD} = \frac{CA}{CE}$ donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, **les droites (AB) et (DE) sont parallèles**.

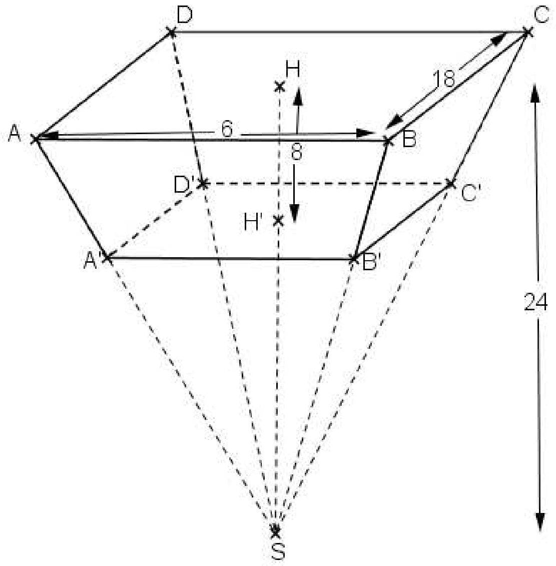
2. Dans le triangle CDE,
$DE^2 = 25^2 = 625$ $CD^2 + CE^2 = 15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$
$DE^2 = CD^2 + CE^2$ donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore,
le triangle CDE est rectangle en C.

3. Comme CDE est un triangle rectangle en C et que $A \in [CE]$ et $B \in [CD]$ alors CBA est un triangle rectangle en C.
Dans ce triangle, on applique le théorème de Pythagore :
$AB^2 = AC^2 + BC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$ donc $AB = \sqrt{100} =$ **10 cm**

4. Dans le triangle CDE, rectangle en C : $\cos \widehat{CDE} = \frac{CD}{DE} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0,6$

$\widehat{CDE} = \cos^{-1}(0,6) \approx$ **53°**

EXERCICE 5 :



1. $V_1 = \frac{1}{3} \times \text{Aire}_{\text{ABCD}} \times SH$

   $V_1 = \frac{1}{3} \times AB \times BC \times SH$

   $V_1 = \frac{1}{3} \times 6 \times 18 \times 24 =$ **864 cm³**

2. $SH' = SH - HH' = 24 - 8 = 16$ cm

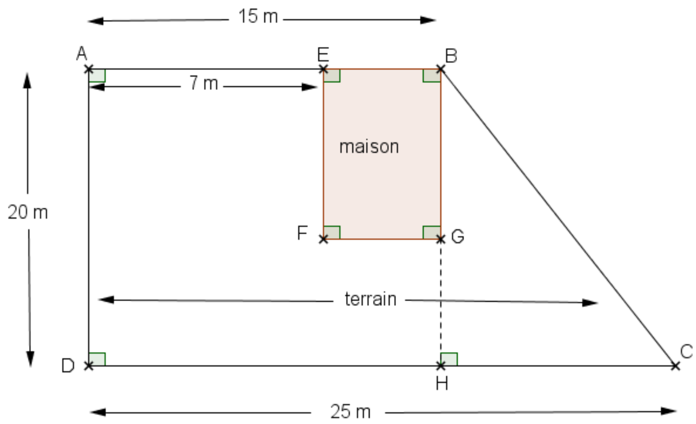
   $k = \frac{SH'}{SH} = \frac{16}{24} = \mathbf{\frac{2}{3}}$

3. $V_2 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times V_1 = \frac{8}{27} \times 864 =$ **256 cm³**

   $V_3 = V_1 - V_2 = 864 - 256 =$ **608 cm³**

PROBLEME

Partie A :



1. $\text{Aire}_{\text{ABCD}} = \frac{(AB + DC) \times AD}{2}$

   $= \frac{(15 + 25) \times 20}{2}$

   $=$ **400 m²**

2. 30% de 400 m² $= \frac{30}{100} \times 400$

   $= 120$ m²

   L'aire maximale que peut avoir la maison est **120 m².**

3. a. Si GH = 3,2 m alors $\mathcal{A} = EB \times BG = (15 - 7) \times (20 - 3{,}2) = 8 \times 16{,}8$

   $=$ **134,4 m²**

   134,4 > 60 donc **la condition N°1 est vérifiée**.

   b. Si GH = 10 m alors $\mathcal{A} = EB \times BG = (15 - 7) \times (20 - 10) = 8 \times 10 =$ **80 m²**

   80 > 60 donc **la condition N°1 est vérifiée.**

   c. Si GH = 13 m alors $\mathcal{A} = EB \times BG = (15 - 7) \times (20 - 13) = 8 \times 7 =$ **56 m²**

   56 < 60 donc **la condition N°1 n'est pas vérifiée.**

4. Si **GH = 10 m** alors la construction de la maison est autorisée car les deux conditions sont vérifiées. L'aire de la maison est inférieure à 120 m².

Partie B

GH = x et $0 \leq x \leq 20$

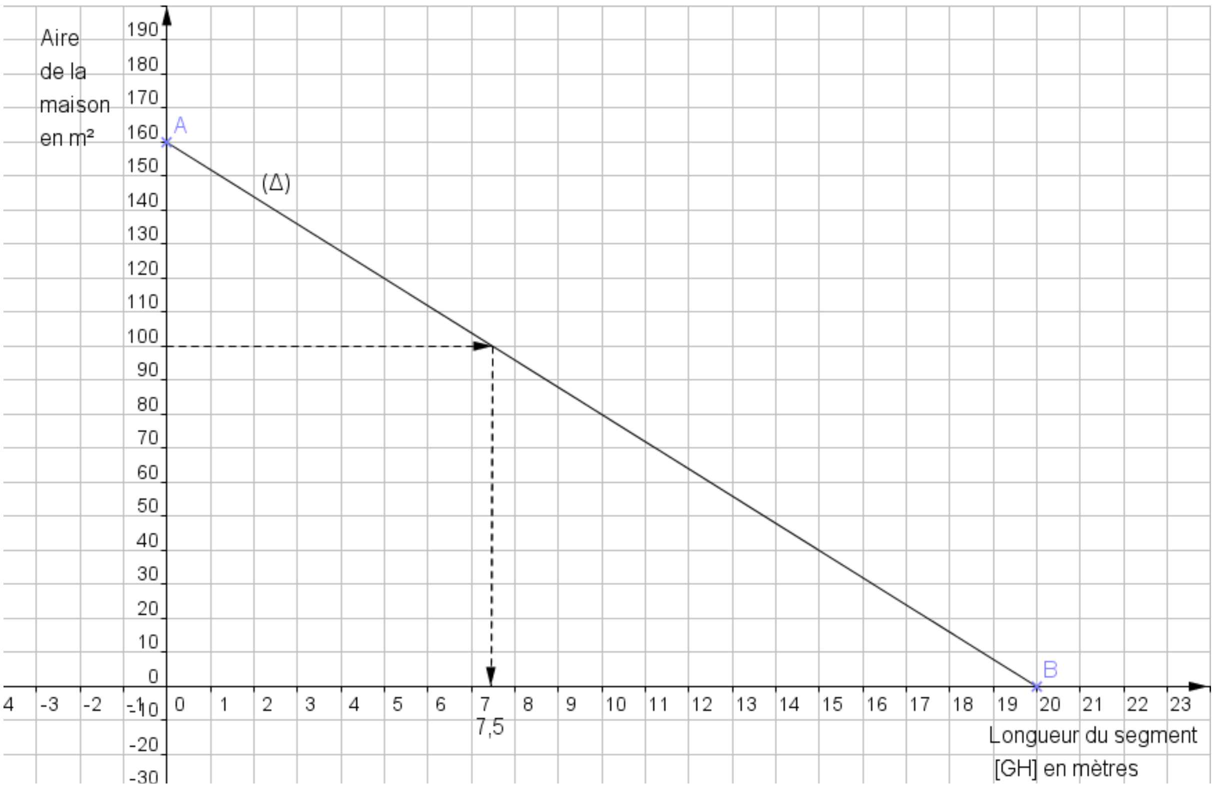
1. BG = BH − GH = **20 − x**

2. $\mathscr{A}$ = EB × BG = (15 − 7) × (20 − x) = 8 × (20 − x) = **160 − 8x**

3. Soit f la fonction définie par : f(x) = 160 − 8x
f est une fonction affine, donc dans un repère, elle est représentée par une droite (Δ).

x	0	20
f(x)	160	0

A (0 ; 160) ∈ (Δ) et B (20 ; 0) ∈ (Δ)



4. Graphiquement, l'aire de la maison est égale à 100 m² pour **x = 7,5 m**

<u>Par le calcul</u> :

L'aire de la maison est égale à 100 m² lorsque f(x) = 100
160 − 8x = 100
−8x = 100 − 160
−8x = −60
$x = \frac{-60}{-8} = 7,5$

L'aire de la maison est égale à 100 m² pour **x = 7,5 m**